

数学学科寒假作业（预习）Day14

等差数列的概念及其通项公式

姓名： 完成评价：

一、知识归纳

1、等差数列的定义

对于一个数列，如果从第2项起，每一项与前一項的差都是同一个常数，那么称这个数列为等差数列，称这个常数为等差数列的公差，通常用字母 d 表示.

注意点：

(1)求公差 d 时，可以用 $d=a_n-a_{n-1}(n\geq 2, n\in\mathbf{N}_+)$ 或 $d=a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}_+)$. 公差是每一项(从第二项起)与它前一项的差，切勿颠倒.

(2)公差 d 可正可负可为零，当 $d=0$ 时，数列为常数列；当 $d>0$ 时，数列为递增数列；当 $d<0$ 时，数列为递减数列.

2、等差数列的通项公式

若首项是 a_1 ，公差为 d ，则等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=a_1+(n-1)d$.

注意点：

(1)等差数列的通项公式是关于三个基本量 a_1, d, n 的表达式，所以由首项 a_1 和公差 d 可以求出数列中的任意一项.

(2)等差数列的通项公式可以推广为 $a_n=a_m+(n-m)d$ ，它阐明了等差数列中任意两项的关系；

也可以变形为 $d=\frac{a_n-a_m}{n-m}$ ，知道等差数列中任意两项，可以求公差 d .

3、等差中项的概念

如果在 a 与 b 中间插入一个数 A ，使 a, A, b 成等差数列，那么 A 叫作 a 与 b 的等差中项，

$$\text{即 } A=\frac{a+b}{2}.$$

注意点：

(1)任意两个实数都有等差中项，且唯一.

(2)等差中项的几何意义是两个实数的平均数，即 $A=\frac{a+b}{2}$.

(3) a_3 是 a_1 和 a_5 的等差中项.

4、等差数列的性质

1. 若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，

(1)数列 $\{\lambda a_n+b\}(\lambda, b \text{ 是常数})$ 是公差为 λd 的等差数列.

(2)抽取下标成等差数列且公差为 m 的项 $a_k, a_{k+m}, a_{k+2m}, \cdots(k, m\in\mathbf{N}_+)$ 组成公差为 md 的新的等差数列.

(3)若数列 $\{b_n\}$ 也为等差数列, 则 $\{ka_n+mb_n\}(k, m \in \mathbf{N}_+)$ 也成等差数列.

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $m, n, p, q \in \mathbf{N}_+$, 且 $p+q=m+n$, 则 $a_p+a_q=a_m+a_n$.

注意点:

(1)性质 2 的逆命题不一定成立.

(2)特别地, 若 $m+n=2p$, 则 $a_m+a_n=2a_p$.

(3)在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $l, m, n, p, q, r \in \mathbf{N}_+$, 且 $l+m+n=p+q+r$, 则 $a_l+a_m+a_n=a_p+a_q+a_r$.

二、练习模块

(一)、选择题

1. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2+a_3=18$, 则 $a_2=(\quad)$

A.5 B.6 C.7 D.8

2. 若数列 $\left\{\frac{2}{a_n+1}\right\}$ 是等差数列, $a_1=1$, $a_3=-\frac{1}{3}$, 则 $a_5=(\quad)$

A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{9}$

3. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和.若 $a_1=2a_2$, 公差 $d \neq 0$, $S_m=0$, 则 m 的值为 (\quad)

A.4 B.5 C.6 D.7

4. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_2+a_3=7$, $a_4+a_6=22$, 则 a_8 等于 (\quad)

A.21 B.17 C.23 D.20

5.已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则“ $d > 0$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列”的 (\quad)

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件
C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$, 则 $k=2$ 是 $a_1+a_{11}=a_k+a_{10}$ 成立的_____条件 (\quad)

A.充要 B.充分不必要 C.必要不充分 D.既不充分也不必要

7.在等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_3 能被 3 整除, a_4 能被 7 整除, 则下列各项一定能被 21 整除的是 (\quad)

A. a_{16} B. a_{17} C. a_{18} D. a_{19}

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$ 且 $a_{n+1}=\frac{3a_n}{a_n+3}(n \in \mathbf{N}^*)$, 则 a_{16} 为 (\quad)

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

(二)、多选题

9. 下列数列是等差数列的是()

A. 0, 0, 0, 0, 0, ...

B. 1, 11, 111, 1, 111, ...

C. -5, -3, -1, 1, 3, ...

D. 1, 2, 3, 5, 8, ...

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 -3, 若 $a_7 > 0, a_8 < 0$, 则首项 a_1 的值可能是()

A. 18

B. 19

C. 20

D. 21

11. 已知各项均为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 单调递增, 且 $a_5 = 2$, 则()

A. 公差 d 的取值范围是 $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ B. $2a_7 = a_9 + 2$

C. $a_8 + a_4 > a_6 + a_5$

D. $a_1 + a_9 = 4$

(三)、填空题

12. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_3 + a_5 = 9$, 则 $a_2 + a_4 =$ _____.

13. 应越共中央总书记阮富仲、越南国家主席武文赏邀请, 中共中央总书记、中国国家主席习近平于 2023 年 12 月 12 日至 13 日对越南进行国事访问, 期间, 共同探讨了经济、政治等领域的诸多问题, 构建了具有战略意义的中越命运共同体, 访问受到了越南各层各界的隆重欢迎, 引起了全世界的广泛关注. “访、越、南”三个汉字的笔画数, 经过适当调整能构成一个等差数列, 则此等差数列的公差为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_3 + a_7 + a_{11} = -3\sqrt{2}$, 则 $a_6 + a_8 =$ _____.

(四)、解答题

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 2}$.

(1) 数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是否为等差数列? 请说明理由.

(2) 求 a_n .