

# 数学学科寒假作业（预习） Day 13

姓名： 完成评价：

## 一、知识归纳

### 1. 数列的概念

(1)按一定次序排列的一列数叫作数列，数列中的每一个数叫作这个数列的项。

(2)数列的一般形式可以写成  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ，或简记为数列  $\{a_n\}$ ，其中  $a_1$  是数列的第 1 项，也叫数列的首项； $a_n$  是数列的第  $n$  项，也叫数列的通项。

### 2. 数列的分类

根据数列的项数可以将数列分为两类：

(1)有穷数列——项数有限的数列。

(2)无穷数列——项数无限的数列。

### 3. 数列的通项公式

如果数列  $\{a_n\}$  的第  $n$  项  $a_n$  与  $n$  之间的函数关系可以用一个式子表示成  $a_n=f(n)$ ，那么这个式子就叫作这个数列的通项公式，数列的通项公式就是相应函数的解析式。

### 4. 数列与函数的关系

可以把一个数列视作定义在正整数集(或其子集)上的函数，因此可以用图象(平面直角坐标系内的一串点)来表示数列，图象中每一个点的坐标为  $(k, a_k)$ ， $k=1,2,3, \dots$ ，这个图象也称为数列的图象。

### 5. 数列的增减性

| 名称   | 定义                           | 判断方法            |
|------|------------------------------|-----------------|
| 递增数列 | 从第 2 项起，每一项都 <u>大于</u> 它的前一项 | $a_{n+1} > a_n$ |
| 递减数列 | 从第 2 项起，每一项都 <u>小于</u> 它的前一项 | $a_{n+1} < a_n$ |
| 常数列  | 各项都 <u>相等</u>                | $a_{n+1} = a_n$ |

## 二、练习模块

1. 已知数列 1, -1, 2, -2, 3, -3, ..., 根据该数列的规律，100 是该数列的第 ( )

- A. 100 项      B. 101 项      C. 199 项      D. 200 项

2. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = (-1)^n \cdot 3^n$ ，则  $2a_2 + a_3 = ( )$

- A. 18      B. -18      C. 45      D. -9

3. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = a_n^2 + 1$ ，则  $a_3 = ( )$

- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

4. 在数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_1 = 3$ ， $a_{n+1} = \frac{4}{2-a_n}$ ，则下列数是  $\{a_n\}$  中的项的是 ( )

A. 4

B. -4

C.  $\frac{3}{2}$ 

D. -3

5. 数列 $\{a_n\}$ 的前4项为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}$ , 则它的一个通项公式是 ( )

A.  $\frac{1}{2n-1}$ B.  $\frac{1}{2n+1}$ C.  $\frac{1}{3n-1}$ D.  $\frac{1}{3n+1}$ 

6. 下面四个数列中, 既是无穷数列又是递增数列的是 ( )

A.  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ B.  $\sin \frac{\pi}{7}, \sin \frac{2\pi}{7}, \sin \frac{3\pi}{7}, \dots$ C.  $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$ D.  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{21}$ 

7. 数列 $\left\{\frac{1}{2^n - 2022}\right\}$  ( )

A. 既有最大项, 又有最小项

B. 有最大项, 无最小项

C. 无最大项, 有最小项

D. 既无最大项, 又无最小项

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n^2 + n}$ , 则 $a_n =$  ( )

A.  $\frac{5}{2} - \frac{1}{n}$ B.  $\frac{3}{2} - \frac{1}{n}$ C.  $\frac{1}{2n}$ D.  $\frac{1}{n(n+1)}$ 

9. (多选) 下列说法中, 不正确的是 ( )

A. 数列1, 3, 5, 7可表示为 $\{1, 3, 5, 7\}$ 

B. 数列1, 0, -1, -2与数列-2, -1, 0, 1是相同的数列

C. 数列的项可以相等

D. 数列 $a, b, c$ 和数列 $c, b, a$ 一定不是同一数列

10. (多选) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足:  $a_n = -3n + 10$ , 则以下说法正确的是 ( )

A. 数列 $\{a_n\}$ 为单调递减数列B.  $a_3 a_4 > 0$ C.  $a_5 - a_2 = 9$ D.  $|a_1| < |a_6|$ 

11. (多选) 下列有关数列的说法正确的是 ( )

A. 在数列 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots$ 中, 第8个数可能是 $2\sqrt{2}$ B. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n(n+1)$ , 则110是该数列的第10项

C. 数列-2021, 0, 4与数列4, 0, -2021是同一个数列

D. 数列3, 5, 9, 17, 33, ...的一个通项公式为 $a_n = 2^n + 1$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ , 则 $a_{2025} =$ \_\_\_\_\_.

13. 自然常数 $e$ 是自然对数的底数, 大约等于 2.71828. 某人用“调日法”找逼近 $e$ 的分数, 称小于 2.718281 的

值为弱值, 大于 2.718282 的值为强值. 由 $\frac{2}{1} < e < \frac{3}{1}$ , 取 2 为弱值, 3 为强值, 得 $a_1 = \frac{2+3}{1+1} = \frac{5}{2}$ , 故 $a_1$ 为弱

值, 与上一次的强值 3 计算得 $a_2 = \frac{5+3}{2+1} = \frac{8}{3}$ , 故 $a_2$ 为弱值, 继续计算,  $\dots$ , 若某次得到的近似值为弱值,

与上一次的强值继续计算得到新的近似值; 若某次得到的近似值为强值, 与上一次的弱值继续计算得到新

的近似值, 依此类推, 若 $a_n = \frac{49}{18}$ , 则 $n =$ \_\_\_\_\_.

14. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 2\lambda n (n=1, 2, \dots)$ . 若 $\{a_n\}$ 为递增数列, 则 $\lambda$ 的取值范围

是\_\_\_\_\_.

15. 写出下面各数列的一个通项公式.

(1)  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \dots$ ;

(2) 6, 66, 666, 6666, ...;

(3)  $-1, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{3}{6}, \dots$ ;

(4)  $\frac{3}{2}, 1, \frac{7}{10}, \frac{9}{17}, \dots$ .