

2025 年横峰中学数学寒假作业 7

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 若 $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, -2)$, 则 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = (\quad)$

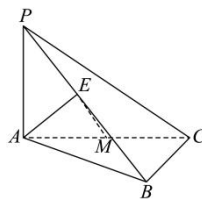
- A. -8 B. -10 C. 8 D. 10

2. 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 确定的平面内, O 是空间任意一点, 实数 x, y 满足

$\vec{OD} = x\vec{OA} + 2y\vec{OB} - \vec{OC}$, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为 (\quad)

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. 1 D. 2

3. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BC$, $PA \perp$ 平面 ABC , $AE \perp PB$ 于点 E , M 是 AC 的中点, $PB=1$, 则 $\vec{EP} \cdot \vec{EM}$ 的最小值为 (\quad)

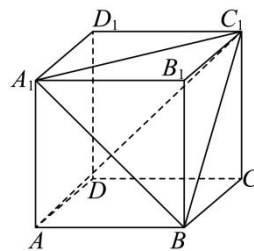


- A. $-\frac{1}{8}$ B. $-\frac{3}{8}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{4}$

4. 已知正方体不在同一表面上的两个顶点 $A(-1, 2, -1)$, $B(3, -2, 3)$, 则正方体的体积为 (\quad)

- A. 32 B. 64 C. 48 D. $16\sqrt{3}$

5. 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=2$, 四面体 ACB_1D_1 体积为 $\frac{8}{3}$, 则 AC_1 与平面 BC_1A_1 所成角的正弦值为 (\quad)



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$
B. C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

6. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是空间的一个基底, 设 $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}, \vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$, 则下列向量中可以与 \vec{p}, \vec{q} 一起构成空间的另一个基底的是 (\quad)

- A. \vec{a} B. \vec{b} C. \vec{c} D. 以上都不对

7. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知点 $D(2, 1, 0)$, 向量 $\vec{m} = (4, 1, 2)$, $\vec{m} \perp$ 平面 DEF , 则点 O 到平面 DEF 的距离为 (\quad)

A. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$

B. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{8\sqrt{21}}{21}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{21}$

8. 已知空间向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = 1, \vec{a} \perp (\vec{a} + 2\vec{b})$, 则向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 ()

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{3\pi}{4}$

二、多选题

9. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 E 、 O 分别是 A_1B_1 、 A_1C_1 的中点, P 在正方

体内部且满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$ ，则下列说法正确的是（ ）

A. 点 A 到直线 BE 的距离是 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. 点 O 到平面 ABC_1D_1 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. 平面 A_1BD 与平面 B_1CD_1 间的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 点 P 到直线 AB 的距离为 $\frac{35}{36}$

D. 点 P 到直线 AB 的距离为 $\frac{35}{36}$

10. (多选题) 下列说法中, 正确的是 ()

A. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A_1C_1}$

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ 的充要条件是 A 与 C 重合, B 与 D 重合

C. 若 $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$, 则 \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} 互为相反向量

D. 若 \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} 互为相反向量, 则 $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$

11. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E 是 DD_1 的中点, F 是侧面 AA_1D_1D 内的一

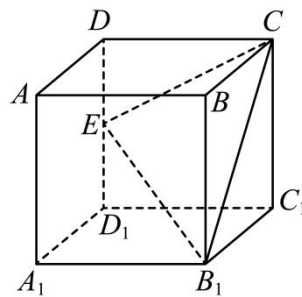
个动点 (含边界), 且 $BF \parallel$ 平面 B_1CE , 则下列结论正确的是 ()

A. 平面 B_1CE 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得截面的面积为 $\frac{9}{4}$

B. 动点 F 的轨迹长度为 $\sqrt{2}$

C. $BF+FD_1$ 的最小值为 $3\sqrt{2}$

D. EF 与平面 B_1CE 所成角的正弦值的最大值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



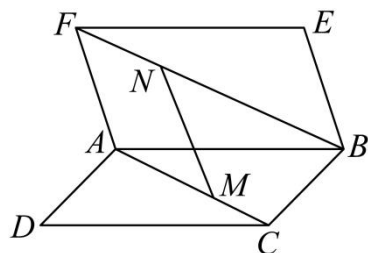
三、填空题

12. 已知三点 $A(1,2,3), B(2,1,2), P(1,1,2)$ 点 Q 在直线 OP 上运动, 则当 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 取得最小值时,

Q 点的坐标 .

13. 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $ABEF$ 的边长都是 1, 且它们所在的平面所成的二面角

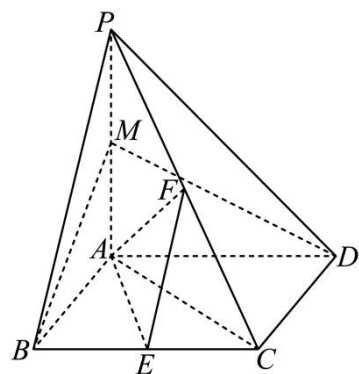
$D-AB-F$ 的平面角 60° ， M, N 分别是 AC, BF 上的动点， $AM=BN$ ，则 MN 的最小值是_____.



14. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 F 是棱 CC_1 的中点， P 是正方体表面上的一点，若 $D_1P \perp AF$ ，则线段 D_1P 长度的最大值为_____.

四、解答题

15. 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为菱形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，直线 PC 与底面 $ABCD$ 所成的角 45° ， E, F, M 分别是 BC, PC, PA 的中点.



- (1) 证明： $PC \parallel$ 平面 MBD ；
- (2) 证明： $AE \perp PD$ ；
- (3) 求二面角 $E-AF-C$ 的余弦值；
- (4) 若 $PA=2$ ，求棱锥 $C-PAD$ 的体积.