

2025 年横峰中学数学寒假作业 6

学校:_____姓名:_____班级:_____

一、单选题

1. 下列命题中正确的是 ()

- A. 若直线 l 与平面 α 外的一条直线 l' 在平面 α 内的投影垂直, 则 $l \perp l'$
- B. 若直线 l 与平面 α 外的一条直线 l' 垂直, 则 l 与 l' 在平面 α 内的投影垂直
- C. 若向量 \vec{a} 和直线 l 在平面 α 内的投影垂直, 则 $\vec{a} \perp l$
- D. 若非零向量 \vec{a} 和平面 α 平行, 且和直线 l 垂直, 直线 l 不与平面 α 垂直, 则 \vec{a} 垂直于 l 在平面 α 内的投影

2. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为线段 AD 的中点, 设平面 A_1BC_1 与平面 CC_1E 的交线为 l , 则直线 l 与 BE 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- C. $\frac{\sqrt{15}}{10}$
- D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$

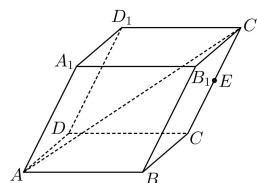
3. 设 A 是空间一定点, \vec{n} 为空间内任一非零向量, 满足条件 $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$ 的点 M 构成的图形是 ()

- A. 圆
- B. 平面
- C. 直线
- D. 线段

4. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以顶点 A 为端点的三条棱长都是 a , 且 $AB \perp AD$,

$\angle A_1AB = \angle A_1AD = 60^\circ$, E 为 CC_1 的中点, 则点 E 到直线 AC_1 的距离为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{10}a$
- B. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$
- C. $\frac{\sqrt{5}}{4}a$
- D. $\frac{\sqrt{5}}{3}a$



5. 已知 $BD \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $BD=1$, $AB=2$, $BC=3$, 则空间的一个单位正交基底可以为 ()

- A. $\left\{ \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \frac{\sqrt{5}}{5}\overrightarrow{AD} \right\}$
- B. $\left\{ \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \right\}$
- C. $\left\{ \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \frac{\sqrt{5}}{5}\overrightarrow{AD} \right\}$
- D. $\left\{ \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \right\}$

6. 已知直线 m , n 的方向向量分别为 $\vec{a}=(1,-2,2)$, $\vec{b}=(1,3,0)$, 则直线 m , n 夹角的余弦值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{10}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{6}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

7. 已知 $A(1,1,0)$, $B(0,3,0)$, $C(2,2,2)$, 则向量 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的投影向量的坐标是 ()

- A. $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right)$

8. 对于空间一点 O 和不共线三点 A, B, C , 且有 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$, 则 ()

- A. O, A, B, C 四点共面 B. P, A, B, C 四点共面
C. O, P, B, C 四点共面 D. O, P, A, B, C 五点共面

二、多选题

9. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 M, N 分别为棱 DD_1, DC 的中点, 点 P 为四边形 $A_1B_1C_1D_1$ (含边界) 内一动点, 且 $MP=2$, 则 ()

- A. $A_1B \parallel$ 平面 AMN
B. 点 P 的轨迹长度为 $\sqrt{3}\pi$
C. 存在点 P , 使得 $MP \perp$ 面 AMN
D. 点 P 到平面 AMN 距离的最大值为 $\frac{\sqrt{15}+2}{3}$

10. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 下列说法不正确的是 ()

- A. 向量 \overrightarrow{AB} 的坐标与点 B 的坐标相同 B. 向量 \overrightarrow{AB} 的坐标与点 A 的坐标相同
C. 向量 \overrightarrow{AB} 与向量 \overrightarrow{OB} 的坐标相同 D. 向量 \overrightarrow{AB} 与向量 $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ 的坐标相同

11. 给出下列命题, 其中正确的是 ()

- A. 若 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间的一个基底, 则 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}\}$ 也是空间的一个基底
B. 在空间直角坐标系中, 点 $P(-2, 4, 3)$ 关于坐标平面 yOz 的对称点是 $(-2, -4, -3)$
C. 若对空间中任意一点 O , 有 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$, 则 P, A, B, C 四点共面
D. 非零向量 \vec{a}, \vec{b} , 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$, 则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ 为钝角

三、填空题

12. 已知 $\vec{a} = (2, -1, 4)$, $\vec{b} = (-1, 5, -2)$, $\vec{c} = (1, 4, \lambda)$, 若 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 三向量共面, 则实数 λ 等

于_____.

13. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, P 是空间中任意一点. 给出下列四个结论:

①若点 P 在线段 A_1C_1 上运动, 则总有 $CP \perp BD$;

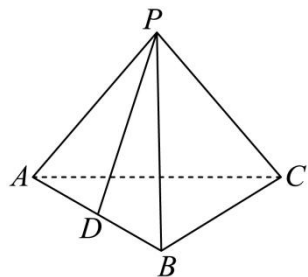
②若点 P 在线段 AD_1 上运动, 则三棱锥 $B-DPC_1$ 体积为定值;

③若点 P 在线段 A_1B 上运动, 则直线 CP 与平面 ACD_1 所成角为定值;

④若点 P 满足 $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CD} + \lambda \overrightarrow{CC_1}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), 则过点 A_1, P, C 三点的正方体截面面积的取值范围为 $[\frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{2}]$.

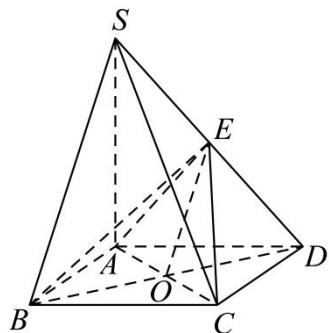
其中所有正确结论的序号为_____.

14. 如图, 在正四面体 $PABC$ 中, $AB=2$, D 为 AB 中点, 则 $\overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值是_____.



四、解答题

15. 如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 平面 $SAD \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为2正方形, $SA=2\sqrt{2}$, $SC=4$, AC 与 BD 交于点 O , 点 E 在线段 SD 上.



(1) 求证: $SA \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 E 为 SD 的中点, 求直线 AE 与平面 BCE 所成角的正弦值.