

§ 5.3.3 排列、组合的综合应用（第一课时）

【学习目标】

- 1.掌握具有限制条件的排列、组合问题的解决方法.
- 2.理解排列、组合中的多面手问题、分组分配等问题.

【重点难点】

重点：能应用组合知识解决有关组合的简单实际问题.

难点：能解决有限制条件的组合问题.

【导学流程】

一、基础感悟

复习排列和组合的概念

二、未知探索

◇探究一 有限制条件的排列、组合问题

对于有限制条件的排列问题，分析问题时有位置分析法、元素分析法，在实际进行排列时一般采用特殊元素优先原则，即先安排有限制条件的元素或有限制条件的位置，对于分类过多的问题可以采用间接法.

特殊元素和特殊位置优先策略

例 1. 由 0,1,2,3,4,5 可以组成多少个没有重复数字五位奇数？

跟踪训练 1 课外活动小组共 13 人，其中男生 8 人，女生 5 人，并且男、女生各有一名队长，现从中选 5 人主持某项活动，依下列条件各有多少种选法？

- (1)至少有一名队长当选；
- (2)至多有两名女生当选；

(3) 既要有队长, 又要有女生当选.

◇探究二 相邻问题

对相邻问题采用捆绑法；相邻元素看作一个整体与其他元素一起排列，注意捆绑元素的内部排列。

例 2. 7 人站成一排, 其中甲乙相邻且丙丁相邻, 共有多少种不同的排法?

跟踪训练2 甲、乙、丙、丁、戊5名同学站成一排参加文艺汇演，若甲和乙相邻，丙不站在两端，则不同的排列方式共有（ ）

- A. 12 种 B. 24 种 C. 36 种 D. 48 种

◇探究三 不相邻问题

不相邻问题采用插空法；先考虑不受限制的元素的排列，再将不相邻的元素插在前面元素排列的空档中.

例3 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一排，甲和乙不相邻，排法种数为（ ）

- A. 12 B. 36 C. 48 D. 72

跟踪训练3 跟踪训练3.五声音阶是中国古乐基本音阶，故有成语“五音不全”，中国古乐中的五声音阶依次为：宫、商、角、徵、羽，若把这五个音阶全用上，排成一个五个音阶的音序，且要求宫、羽两音阶不相邻且在角音阶的同侧，则可排成不同的音序种数为（ ）

- A. 72 B. 28 C. 24 D. 32

◇探究四 分组、分配问题

问题 将甲、乙两名同学分成两组，有多少种分法？将甲、乙两名同学分成两组，分别去参加上午、下午的活动，有多少种分法？

命题角度1 不同元素分组、分配问题

例4 6本不同的书，分为3组，在下列条件下各有多少种不同的分配方法？

- (1)每组2本(平均分组)；
- (2)一组1本，一组2本，一组3本(不平均分组)；
- (3)一组4本，另外两组各1本(局部平均分组).

命题角度2 相同元素分配问题

例5 将6个相同的小球放入4个编号为1,2,3,4的盒子，求下列方法的种数.

- (1)每个盒子都不空；
- (2)恰有一个空盒子.

延伸探究

1. 若将例题改为“已知不定方程 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ ”，求不定方程正整数解的组数
若求不定方程自然数解的组数，如何求解？

思考1：将6个相同的小球放入4个相同的盒子，求下列方法的种数。

(1)每个盒子都不空；

(2)有空盒子

思考 2：如果将 6 个不相同的小球放入 4 个相同的盒子，又会有多少种？

思考 3：如果将 6 个不相同的小球放入 4 个编号为 1,2,3,4 的盒子不相同的盒子，又会有多少种？

跟踪训练 4 (1)某同学有同样的画册 2 本、同样的集邮册 3 本，从中取出 4 本赠送给 4 位朋友，每位朋友 1 本，则不同的赠送方法共有()

A. 4 种 B. 10 种 C. 18 种 D. 20 种

(2)某社区服务站将 5 位志愿者分成 3 组，其中两组各 2 人，另一组 1 人，分别去三个不同的社区宣传肾脏日的主题：“尽快行动，尽快预防”，则不同的分配方案有_____种(用数字作答).

三、当堂检测

1. 登山运动员 10 人，平均分为两组，其中熟悉道路的有 4 人，每组都需要 2 人，那么不同的分配方法种数是()

A. 30 B. 60 C. 120 D. 240

2. 空间中有 10 个点，其中有 5 个点在同一个平面内，其余点无三点共线，无四点共面，则以这些点为顶点，共可构成四面体的个数为()

A. 205 B. 110 C. 204 D. 200

3. 某大厦一层有 A, B, C, D 四部电梯，现有 3 人在一层乘坐电梯上楼，其中恰有 2 人乘坐同一部电梯，则不同的乘坐方式有_____种. (用数字作答)

4. 某校从 8 名教师中选派 4 名去某个偏远地区支教，其中甲和乙不能都去，则不同的选派方案共有_____种(用数字作答).

四、课堂小结

1. 知识清单：

(1)有限制条件的排列、组合问题.

(2)相邻问题。

(3)不相邻问题

(4)分组、分配问题.

2. 方法归纳：分类讨论、插空法、隔板法、均分法.

3. 常见误区：分类不当；平均分理解不到位.

五、课时对点练

基础巩固

1. 甲、乙两人计划从 A, B, C 三个景点中各选择两个游玩，则两人所选景点不全相同的选法共有()

- A. 3 种 B. 6 种 C. 9 种 D. 12 种

2. 假如北京大学给我市某三所重点中学 7 个自主招生的推荐名额，则每所中学至少分到一个名额的方法数为()

- A. 30 B. 21 C. 10 D. 15

3. 若将 9 名会员分成三组讨论问题，每组 3 人，共有不同的分组方法种数有()

- A. $C_9^3 C_6^3$ B. $A_9^3 A_6^3$ C. $\frac{C_9^3 C_6^3}{A_3^3}$ D. $A_9^3 A_6^3 A_3^3$

4. 已知直线 a , 直线 b , 且 $a \parallel b$, a 上有 5 个点, b 上有 4 个点, 则以这九个点为顶点的三角形个数为()

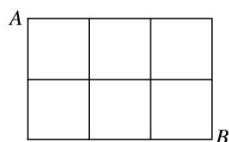
- A. $C_5^2 C_4^1 + C_5^1 C_4^2$ B. $(C_5^2 + C_4^1)(C_5^1 + C_4^2)$ C. $C_9^3 - 9$ D. $C_9^3 - C_5^3$

5. 某龙舟队有 9 名队员，其中 3 人只会划左舷，4 人只会划右舷，2 人既会划左舷又会划右舷. 现要选派划左舷的 3 人、右舷的 3 人共 6 人去参加比赛，则不同的选派方

法共有()

- A. 56 种 B. 68 种 C. 74 种 D. 92 种

6.如图是由6个正方形拼成的矩形图案,从图中的12个顶点中任取3个点作为一组.其中可以构成三角形的组数为()



- A. 208 B. 204 C. 200 D. 196

7. 某运动队有5对老搭档运动员,现抽派4个运动员参加比赛,则这4人都不是老搭档的抽派方法数为_____.

8. 某地奥运火炬接力传递路线共分6段,传递活动分别由6名火炬手完成.如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生,最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生,则不同的传递方法共有_____种.(用数字作答)

9. 某车间有11名工人,其中5名钳工,4名车工,另外2名既能当车工又能当钳工,现在要从这11名工人中选4名钳工,4名车工修理一台机床,则有多少种选法?

10. 有甲、乙、丙、丁、戊5名同学,求:

(1)5名同学站成一排,有多少种不同的方法?

(2)5名同学站成一排,要求甲、乙必须相邻,丙、丁不能相邻,有多少种不同的方法?

(3)将5名同学分配到三个班,每班至少1人,共有多少种不同的分配方法?

综合运用

11. 若自然数 n 使得 $n+(n+1)+(n+2)$ 不产生十进位现象, 则称 n 为“良数”. 例如: 32 是“良数”, 因为 $32+33+34$ 不产生十进位现象; 23 不是“良数”, 因为 $23+24+25$ 产生十进位现象. 那么, 小于 1 000 的“良数”的个数为()
- A. 27 B. 36 C. 39 D. 48
12. 某企业有 4 个分厂, 新培训了 6 名技术人员, 将这 6 名技术人员分配到各分厂, 要求每个分厂至少 1 人, 则不同的分配方案种数为_____.
13. 用 1,2,3,4 这四个数字组成无重复数字的四位数, 其中恰有一个偶数夹在两个奇数之间的四位数的个数为_____.
14. 将 8 个相同的小球放入 5 个编号为 1,2,3,4,5 的盒子, 每个盒子都不空的方法数为_____, 恰有一个空盒子的方法数为_____.
15. 某市根据上级要求, 在本市某人民医院要选出护理外科、心理治疗方面的专家 4 人与国家专家组一起参加两会医疗保健工作, 该医院现有 3 名护理专家 A_1, A_2, A_3 , 5 名外科专家 B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 , 2 名心理治疗专家 C_1, C_2 .
- (1) 求 4 人中有 1 位外科专家, 1 位心理治疗师的概率;
- (2) 求至少含有 2 位外科专家, 且外科专家 B_1 和护理专家 A_1 不能同时被选的概率.