

4.2 对数的运算性质

考查题型一 对数恒等式和常用结论

1. 求下列各式的值:

(1) $\lg 10$; (2) $\lg 100$; (3) $\lg 0.01$; (4) $\ln e^5$.

2. $8^{\frac{2}{3}} + 2^{\lg_2 3} - \lg \frac{5}{2} - 2 \lg 2 = (\quad)$

A. 6

B. 8

C. 9

D. 7

(多选题) 3. 下列式子中正确的是 (\quad)

A. 若 $10 = \lg x$, 则 $x = 10$

B. 若 $\log_{25} x = \frac{1}{2}$, 则 $x = \pm 5$

C. $\lg(\lg 10) = 0$

D. $2^{4+\lg_2 5} = 80$

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2e^{x-1}, & x < 4, \\ \log_2(x^2 - 12), & x \geq 4, \end{cases}$ 则 $f(f(4)) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 已知 $\log_5(\log_3(\log_2 a)) = 0$, 计算 $36^{\log_6 a}$ 的值.

6. 求下列各式中 x 的值.

(1) $\log_2(\lg x) = 1$ (2) $3^{\log_3 \sqrt{x}} = 9$.

考查题型二 对数的运算性质

1. 求值:

(1) $\ln e - \ln e^2$; (2) $\lg 8 + \lg 125$; (3) $2 \log_3 6 - \log_3 4$; (4) $\log_2(\log_2 16)$;

(5) $\frac{\log_8 27}{\log_4 9}$; (6) $2^{3+\lg_2 5}$; (7) $\lg 5 \cdot \lg 20 + (\lg 2)^2$; (8) $\frac{1}{2} \lg \frac{32}{49} - \frac{4}{3} \lg \sqrt{8} + \lg \sqrt{245}$.

2. 用 $\lg x$, $\lg y$, $\lg z$ 表示下列各式:

(1) $\lg(xyz)$; (2) $\lg(x^2 y z^3)$; (3) $\lg \frac{x^2 y}{z^3}$; (4) $\lg \left(x^{\frac{1}{2}} y z^{\frac{2}{3}} \right)$.

3. 已知 $2^x = 3$, $\log_4 \frac{8}{3} = y$, 则 $x + 2y$ 的值为 (\quad)

A. $\frac{3}{2}$

B. 5

C. 4

D. 3

4. 若 x, y 满足 $\ln(3x + y) = \ln x + \ln y$, 则 $x + 3y$ 的最小值为 (\quad)

- A. $10+2\sqrt{6}$ B. $10+2\sqrt{3}$ C. 12 D. 16

5. 若 $4^a = 6^b = 24$ ，则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值等于（ ）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 碳-14 是碳元素的一种同位素，具有放射性.活体生物其体内的碳-14 含量大致不变，当生物死亡后，其组织内的碳-14 开始衰变并逐渐消失.已知碳-14 的半衰期为 5730 年，即生物死亡 t 年后，碳-14 所剩

质量 $C(t) = C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$ ，其中 C_0 为活体组织中碳-14 的质量.科学家一般利用碳-14 这一特性测定生物死亡

年代.2023 年科学家发现某生物遗体中碳-14 含量约为原始质量的 0.96 倍，依据计算结果并结合下表中我国历史朝代的时间段可推断该生物死亡的朝代为（参考数据： $\lg 3 \approx 0.477, \lg 2 = 0.301$ ）（ ）

金 1115 年	1234 年
元代 1206 年	1368 年
明代 1368 年	1644 年
清代 1616 年	1911 年

- A. 金 B. 元 C. 明 D. 清

7. $e^{\ln 2} + 2\lg\sqrt{2} + \lg 5 - \log_9 4 \times \log_8 3 =$ _____.

8. 下列各式化简运算结果为 1 的是（ ）

- A. $\lg\sqrt{2} + \frac{1}{2}\lg 5$ B. $\log_5 3 \times \log_3 2 \times \log_2 5$

- C. $\log \sqrt{aa^2} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ D. $e^{\ln 3} - (0.125)^{-\frac{1}{3}}$

9. 已知实数 a, b 满足 $\lg(3a) + \lg b = \lg(2a + b)$ ，则 $a + 2b$ 的最小值是（ ）

- A. 9 B. 3 C. 2 D. 6

10. 若函数 $f(x) = x + \frac{2}{x} + 1$ ， $f(\lg m) = 6$ ， $f(\lg 2 + \lg n) = 4$ ，则 $f\left(\lg \frac{1}{m}\right) =$ _____， n 的值为_____.

11. 已知 a, b 满足 $\log_9(2a - 1) = 5 - 2a$ ， $2 \cdot 3^{b-1} + b = 9$ ，则 $b + 4a =$ _____.